

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Resumo para o ENADE 2005

Linguagens Regulares			
Linguagens Formais na Classificação de Chomski	<i>Linguagens:</i> 0. LER 1. LSC 2. LLC 3. LR	<i>Formalismos:</i> 0. GI/MT/A2P 1. GSC/MT/A2P 2. GLC/A1P/AFN/AF ϵ 3. GRs/A0P/AFD/ER	<i>Conceitos Básicos:</i> Alfabeto, Palavra, Palavra Vazia, Subpalavra, Prefixo, Sufixo, Concatenação, Concatenação Sucessiva, ...
Tipos de Formalismos	<i>Axiomáticos ou Geradores:</i> Gramáticas	<i>Reconhecedores ou Operacionais:</i> Autômatos Finitos	<i>Denotacionais:</i> Expressões Regulares
Autômato Finito Determinístico (AFD)	<i>Definição:</i> $M=(\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$	<i>Função de Transição:</i> $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$, parcial	Leva de um par estado-símbolo em um novo estado.
Autômato Finito Não-Determinístico (AFN)	<i>Definição:</i> $M=(\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$	<i>Função de Transição:</i> $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$, parcial	Leva de um par estado-símbolo em um conjunto de estados possíveis.
Autômato Finito com Movimento Vazio (AFϵ)	<i>Definição:</i> $M=(\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$	<i>Função de Transição:</i> $\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^Q$, parcial	Como no AFN e ainda permite a execução de movimentos vazios.
Expressões Regulares (ER)	<i>Operações:</i> 1. união (+) 2. concatenação 3. concatenação sucessiva (*)	<i>Exemplos de ERs:</i> aa ba* (a+b)* (a+b)*aa(a+b)* a*ba*ba* (a+b)*(aa+bb) (a+ ϵ)(b+ba)*	<i>Teorema:</i> Construção de AF ϵ a partir de ERs.
Gramáticas Regulares (GR)	<i>Definição:</i> $G=(V, T, P, S)$	<i>G. Lineares:</i> 1. GLD 2. GLE 3. GLUD 4. GLUE	<i>Produções:</i> $A \rightarrow wB$ ou $A \rightarrow w$ $A \rightarrow Bw$ ou $A \rightarrow w$ GLD com $ w \leq 1$ GLE com $ w \leq 1$
Máquina de Mealy	<i>Definição:</i> $M=(\Sigma, Q, \delta, q_0, F, \Delta)$	<i>Função de Transição:</i> $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Delta^*$	É um AFD com saídas associadas às transições.
Máquina de Moore	<i>Definição:</i> $M=(\Sigma, Q, \delta, q_0, F, \Delta, \delta_s)$	<i>Função de Transição:</i> $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ <i>Função de Saída:</i> $\delta_s: Q \rightarrow \Delta^*$	É um AFD com saídas associadas aos estados.

Linguagens Livres de Contexto			
Gramáticas Livres de Contexto (GLC)	<p><i>Definição:</i> Uma GLC G é uma gramática $G = (V, T, P, S)$, onde qualquer regra de produção em P é da forma $A \rightarrow \alpha$, onde A é uma variável de V e α é palavra de $(V \cup T)^*$. Única restrição: uma e somente uma variável no lado esquerdo da produção.</p>	<p><i>Exemplo:</i></p> $G = (\{E\}, \{+, *, [,], x\}, P, E)$ <p>onde: $P = \{ E \rightarrow E + E, E \rightarrow E * E, E \rightarrow [E], E \rightarrow x \}$</p> <p>Gera expressões do tipo: $x + [x * x]$ $[x * [x + x]]$</p> <p>Uma linguagem é dita "livre de contexto" se e somente se for gerada por uma GLC.</p>	<p>A expressão "livre de contexto" significa que para tais linguagens, cuja produção é da forma $A \rightarrow \alpha$, em uma derivação a variável A deriva α sem depender (livre) de qualquer análise dos símbolos que antecedem ou seguem A (contexto).</p>
Árvore de Derivação	<p>a) A raiz é o símbolo inicial da GLC;</p> <p>Os vértices interiores obrigatoriamente são variáveis. Se A é um vértice interior e X_1, X_2, \dots, X_n são os filhos de A, então $A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n$ é uma produção da gramática e os vértices X_1, X_2, \dots, X_n estão ordenados da esquerda para a direita.</p> <p>Um vértice folha é um símbolo terminal ou um símbolo vazio. Neste caso o vazio é o único filho de seu pai ($A \rightarrow \epsilon$)</p>	<p><i>Exemplo:</i></p> <p>Árvore de derivação da expressão $x + [x * x]$ na gramática exemplificada acima. As folhas, da esquerda para a direita, geram a expressão:</p> $ \begin{array}{c} E \\ / \quad \quad \backslash \\ E \quad + \quad E \\ \quad / \quad \quad \backslash \\ x \quad [\quad E \quad] \\ \quad \quad / \quad \quad \backslash \\ \quad \quad E \quad * \quad E \\ \quad \quad \quad \quad \\ \quad \quad x \quad \quad x \end{array} $ <p><i>Cadeia de derivação:</i> $E \rightarrow E + E \rightarrow E + [E] \rightarrow$ $E + [E * E] \rightarrow x + [E * E] \rightarrow$ $x + [x * E] \rightarrow x + [x * x]$.</p>	<p><i>Notas:</i></p> <p>Uma GLC é dita uma gramática <i>ambígua</i> se existe uma palavra que possui duas ou mais árvores de derivação. (Ex: $x + x * [x + x]$).</p> <p><i>Forma Normal de Chomsky:</i> Todas as produções são do tipo $A \rightarrow BC$ ou $A \rightarrow a$.</p> <p><i>Forma Normal de Greibach:</i> Todas as produções são da forma $A \rightarrow \alpha a$, onde α é uma palavra de variáveis.</p>
Autômato com 1 Pilha (A1P)	<p><i>Definição:</i> $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, V)$</p>	<p><i>Função de Transição:</i> $\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon, ?\}) \times (V \cup \{\epsilon, ?\}) \rightarrow 2^{Q \times V^*}$</p> <p>(O A1P é um AFN).</p>	<p><i>Nota:</i></p> <p>O A1P reconhece qualquer LLC, com um único estado (ou 3 estados, conforme a definição). Isto é, a pilha é suficiente como memória auxiliar, não sendo necessário usar estados para memorizar as entradas.</p>

Máquina de Turing			
Máquina de Turing (MT)	<i>Definição:</i> $M=(\Sigma,Q,\delta,q_0,F,V,\beta)$	<i>Função de Transição:</i> $\delta:Q \times (\Sigma \cup V \cup \{\beta\}) \rightarrow Q \times (\Sigma \cup V \cup \{\beta\}) \times \{E,D\}$, parcial	<i>Reconhece:</i> LSC e LER <i>Gramáticas:</i> GSC e GI
Componentes da MT	<i>a) Fita:</i> É limitada a esquerda e usada simultaneamente como dispositivo de entrada, saída e memória de trabalho.	<i>b) Unidade de Controle:</i> Reflete o estado corrente da máquina. Possui uma unidade de leitura e gravação (cabeça da fita) que acessa uma célula da fita de cada vez, movendo-se para a esquerda e para a direita.	<i>c) Programa ou Função de Transição:</i> Comanda as leituras e gravações, o sentido do movimento da cabeça e define o estado da máquina.
Hipótese de Church	"A Máquina de Turing é um modelo canônico para a computação universal"	"Se x é uma função computável, x pode ser computada pela Máquina de Turing".	Alonzo Church, 1936
Transição na MT $\delta(p,a_1)=(q,a_2,m)$			
Observações Finais	Tanto a MT quanto o AnP podem entrar em LOOP.	A MT tem poder computacional equivalente a um A2P (Autômato com DUAS pilhas).	A MT é em geral considerada um AFD. Sabe-se que o não-determinismo não aumenta o seu poder computacional.